Энгельсский технологический институт (филиал) федерального государственного
бюджетного образовательного учреждения
высшего образования
«Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.»

СТАТИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ТОЧНОСТИ ОБРАБОТКИ

Методические указания к лабораторной работе по
дисциплине
« Основы технологии машиностроения»
для студентов направлений

15.03.05 «Конструкторско-технологическое
обеспечение машиностроительных производств»,
15.03.02 «Технологические машины и оборудование»

Энгельс 2023

Цель работы - используя методы теории вероятности и математической статистики, исследовать закон рассеяния размеров внутреннего диаметра колец подшипников и определить вероятный процент годных и бракованных деталей.

1. ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

1.1. Общие сведения о статистических методах исследования.

Статистический метод исследования точности обработки основан на выводах теории вероятности и математической статистики и применяется в условиях производства большого количества однородных деталей.

В статистических методах исследования точности различают случайные и систематические погрешности. Случайные погрешности возникают от действия множества факторов, не связанных между собой, и влияние которых на процесс носит случайный характер (неоднородность материала заготовки, колебания припусков на обработку и т. д.).

Систематические погрешности возникают от действия вполне определенных причин. Они остаются постоянными или закономерно изменяются в пределах партии заготовок (неточность станка, деформации системы СПИД, износ режущего инструмента и т. д.).

В результате действия случайных и систематических погрешностей происходит рассеяние размеров при механической обработке. Однако допуски размеров деталей конструктор определяет на основании теоретического расчета размерных цепей, и они могут существенно отличаться от практического рассеяния. Статистические методы исследования позволяют на основе сбора и обработки данных точности механической обработки привести в соответствие точностные характеристики оборудования и оснастки с допусками размеров на обработку.

1.2. Предварительная обработка статистических данных

Для измерения размеров используется измерительное устройство, погрешность измерения которого не должна превышать 20 - 25% допуска на контролируемый размер.

Результаты измерения в виде полной величины или отклонения от номинального значения первоначально записываются в порядке их получения. Количество измерений должно быть не менее 100. Затем определяется зона рассеяния случайной величины (размера) ω:

$$\omega = X_{max} - X_{min}.$$

Для этого просматриваются результаты измерений и записываются наибольшие X_{max} и наименьшие X_{min} значения размера. Найденную зону рассеяния делим на **К** интервалов, число которых зависит от величины ω и требуемой точности измерений. Обычно принимается **К** = 8 - 15.

Затем полученные данные располагают восходящим рядом чисел и разбивают на группы в соответствии с установленным интервалом размеров.

Далее определяется частота появления размера в пределах установленного интервала. Частота определяется количеством деталей или заготовок, находящихся в данном интервале размеров. Полученные данные записываются в таблицу 7 (приложение).

Откладывая по оси абсцисс размеры деталей, а по оси ординат - частость для каждого интервала, и соединяя полученные точки прямыми, получим ломаную линию, которая характеризует закон рассеяния размеров (кривую практического рассеяния).

1.3. Выбор теоретического закона распределения

Распределение, полученное путем обработки достаточно большой выборки (n > 100), является эмпирическим. Оно отражает характер рапределения генеральной совокупности выбранного размера, который подчиняется некоторому теоретическому закону.

При механической обработке деталей наиболее распространенными законами распределения показателей качества являются законы нормального распределения (Гаусса) и эксцентриситета (Релея и Максвелла). Значительно реже встречаются законы экспоненциальный, треугольника (Симптона), законы Вейсбулла, γ - распределения и др.

Краткая характеристика теоретических законов рассеяния приведена в таблице 9 (приложение).

На основании эмпирического распределения выбирается предпо-

ложительно закон теоретического распределения (один из приведенных в таблице), наиболее точно отражающий характер рассеяния размеров. Для математической проверки гипотезы о законе распределения случайной величины пользуются критериями согласия Колмогорова, Пирсона, Романовского и др.

1.4. Расчет параметров для закона нормального распределения Гаусса

Кривая нормального распределения определяется функцией

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp - \frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2}, \qquad (1)$$

где σ – среднеквадратичное отклонение аргумента;
$\bar{x}$ – среднее значение случайной величины;
x – отклонение действительных размеров от среднего значения.

Расчет этих параметров производится по данным эмпирической выборки по следующим формулам:

$$\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}, \qquad (2)$$

$x_1, x_2 \ldots x_n$ – действительные размеры деталей;
$m_1, m_2 \ldots m_n$ – частота повторений соответствующих размеров;
$x_1, x_2 \ldots x_n$; n – общее число измеренных деталей в партии;

$$n = m_1 + m_2 + \ldots + m_n.$$

Среднее квадратичное отклонение выражается формулой

$$\sigma = \sqrt{\frac{m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2 + m_n x_n^2}{n}}. \qquad (3)$$

1.5. Проверка гипотезы о нормальном распределении

Критерии согласия позволяют ответить на вопрос: можно ли принять гипотезу об отсутствии различия между эмпирическим и теоретическим распределениями или ее следует отбросить? Решение вопроса возможно при определенной вероятности. Поэтому установлены некоторые уровни значимости, представляющие собой значения вероятности расхождения эмпирического и теоретического распределения (рис. 1).

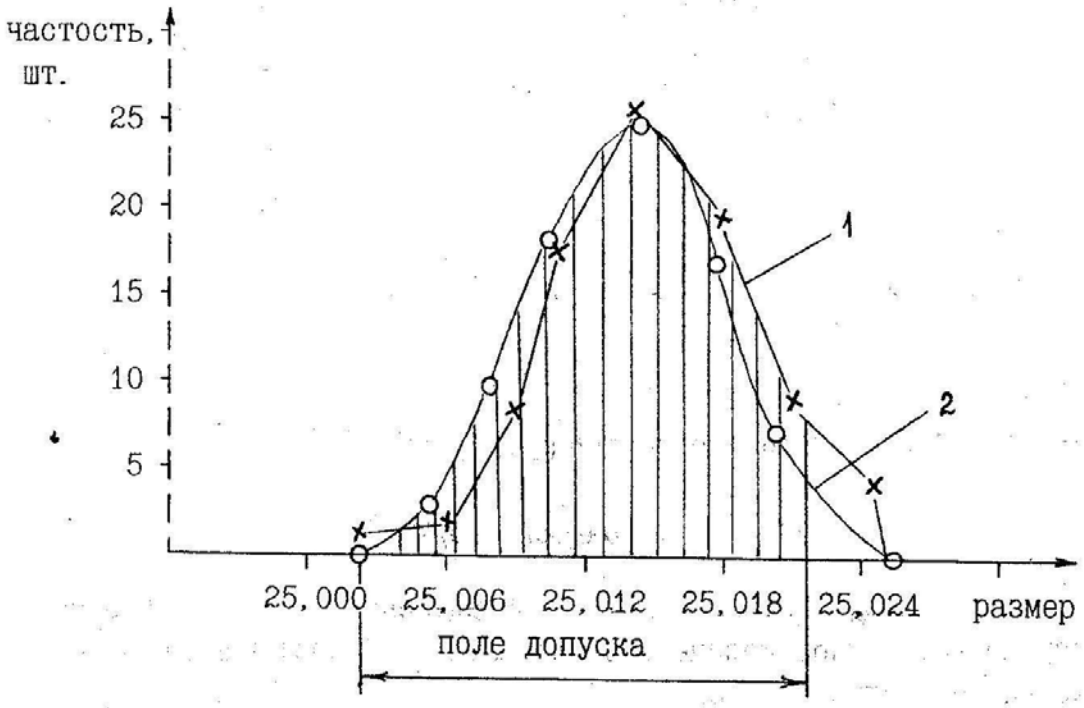


Рис. 1. Кривая практического рассеяния размеров (1) и теоретическая кривая закона нормального распределения (2).

Уровень значимости (доверительный интервал) может быть принят равным $\alpha = 0,05;\ 0,02;\ 0,01;\ 0,001$. В технике чаще всего принимают 5%-ный уровень значимости ($\alpha = 0,05$).

В расчетах данной работы воспользуемся критерием Пирсона χ_p^2, который определяется по формуле

$$\chi_p^2 = \sum_{1=1}^{n} \frac{(m_1 - \widehat{m}_1)^2}{\widehat{m}_1}, \qquad (4)$$

n - число сравниваемых частот;

m_i - эмпирическая частота i - го интервала;

m_i - теоретическая частота i - го интервала;

Расчет χ^2 целесообразно вести в виде таблицы 4 (приложение).

Определяется число степеней свободы

$$k = n - p - 1,$$

n - число сравниваемых частот (выбирается произвольно);

p - число параметров предполагаемого теоретического распределения (для нормального распределения p = 2).

Область принятия гипотезы характеризуется неравенством

$$\chi_p^2 < \chi_{кр}^2(\alpha, к),$$

где χ_p^2 - значение критерия, полученное по данным наблюдениям;

$\chi_{кр}^2$ - критическое значение критерия при заданных параметрах, определяемое по таблице 6 (приложение).

1.6. *Расчет точности обработки*

Вся площадь между кривой распределения и осью абсцисс определяет полное количество деталей, обработанных при неизменной настройке станка.

Количество годных деталей определяется частью площади, заключенной между кривой распределения и ординатами, проведенными через концы отрезков x_1 и x_2, которые соответствуют верхнему и нижнему значению поля допуска на размер.

Для определения площади, соответствующей годным деталям, необходимо проинтегрировать функцию (1) от $-x_1$ до x_2

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-x}^{x} \exp - \frac{(x - \bar{x})^2}{2\sigma^2} dx , \qquad (5)$$

Этот интеграл удобнее представить в виде функции

$$2\Phi(z) = \frac{2}{\sqrt{2\pi}} \int_0^z \exp - \frac{z^2}{2}\, dz , \qquad (6)$$

где $z = x/б$.

В связи со сложностью вычисления $\Phi(z)$ в теории вероятности имеются таблицы вычисленных значений (приложение).

Вероятность получения брака определяется в двух случаях:

1. Для смещения центра поля рассеяния от середины поля допуска.

2. Для случая совмещения центра поля рассеяния с серединой поля допуска.

Расчет ведется по следующим формулам.

Для первого случая значение аргумента z для верхнего $z_в$ и нижнего $z_н$ предельных значений равно

$$z_в = \frac{x_в - \bar{x}}{б} \qquad (7)$$

$$z_н = \frac{x_н - \bar{x}}{б} \qquad (8)$$

Вероятность получения брака в процентах по верхнему пределу равна

$$P_в = [0,5 - \Phi(z_в)]\ 100\%$$
$$P_н = [0,5 - 2\Phi(z_н)]\ 100\%$$

Для второго случая вероятность получения брака в процентах равна

$$P = [1 - 2\Phi(\frac{z_в - z_н}{2б})]\ 100\%$$

2. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

В данной лабораторной работе исследуется точность обработки внутреннего кольца подшипника, полученная на внутришлифовальном станке, настроенном на размер 30 ± 0,01. Измерения внутреннего диаметра производятся на специальной измерительной установке контактным методом. Три измерительных наконечника, из которых два - неподвижные, вводятся в непосредственное соприкосновение с внутренней поверхностью кольца.

Измерительная установка состоит из следующих деталей (рис.2): измерительного столика (1), контактных наконечников (2), измерительного прибора (3) с ценой деления 0,02 мкм, рычага перемещения подвижного наконечника (4), регулировочной гайки (5), зажимного винта (6).

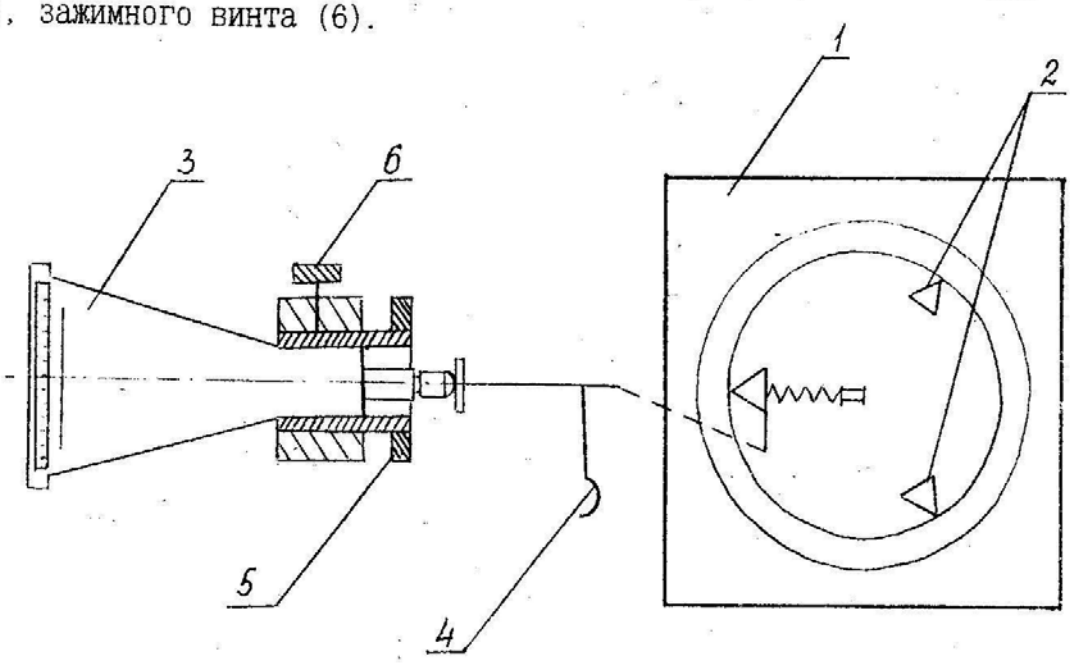


Рис. 2. Измерительная установка для замера внутреннего диаметра кольца

Работа на измерительной установке осуществляется следующим образом: первоначально на измерительный столик устанавливается эталонный образец (внутреннее кольцо), который базируется при измерении на плоскость (торец кольца) и внутренний диаметр (для этого кольцо легким усилием прижимается к двум неподвижным измерительным наконечникам). Перемещением рычага вводится в кон-

такт третий, измерительный наконечник и рычаг освобождается. Перемещением регулировочной гайки устанавливается нулевое положение индикатора. Закрепление индикатора в измерительном столе осуществляется зажимным винтом.

3. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Для оценки точности обработки берется партия колец в количестве 100 шт., при каждом измерении рычаг перемещения подвижного измерительного наконечника отводится вправо, кольцо устанавливается на измерительную позицию и рычаг опускается. С оптиметра снимается относительная величина размера, находящаяся в диапазоне шкалы прибора. Оценка точности относительного размера для прибора с ценой деления 0,002 мм составляет 1 мкм.

Результаты измерения заносятся в таблицу в абсолютных значениях в порядке измерения. Форма таблицы приведена в приложении.

4. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НАБЛЮДЕНИЯ

1. Результаты измерения партии деталей просматриваются и определяются наибольший и наименьший размер, зона рассеяния размеров ω.

2. Выбирается количество измерительных интервалов K в диапазоне измерения размеров в пределах каждого интервала ω/K.

3. Определяется частость появления размера m_i в пределах выбранного интервала. Полученные данные записываются в таблицу 7.

4. Строится в масштабе кривая практического рассеяния размеров по методике, изложенной ранее.

5. Принимается гипотеза о нормальном законе распределения ($\bar{x}$, $б$).

6. Строится в масштабе кривая нормального распределения (кривая Гаусса).

7. Производится проверка гипотезы соответствия кривой практического рассеяния закону нормального распределения.

8. Определяется вероятность получения брака.

5. СОДЕРЖАНИЕ И ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА

Отчет по работе должен включать:
- название лабораторной работы;
- развернутую формулировку цели работы;
- некоторые основные понятия;
- результаты наблюдений;
- окончательные результаты.

Объем пункта "Некоторые основные понятия" включает:
- определение систематических и случайных погрешностей;
- таблицу основных законов рассеяния размеров;
- формулы для расчета параметров закона нормального распределения размеров (кривая Гаусса);
- критерий Пирсона и формулы его определения;
- формулы для расчета вероятного брака.

Объем пункта "Результаты наблюдений" включает:
- таблицу измерений по форме таблиц 7 и 8;
- графики кривой практического рассеяния размеров (гистограмму) и кривую закона нормального распределения по результатам измерения;
- расчет критерия Пирсона и выводы о соответствии теоретического закона нормального распределения кривой практического рассеяния размеров;
- расчеты процента вероятного брака.

6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Для чего предназначены и как используются статистические методы исследования точности?
2. Что такое систематические и случайные погрешности?
3. Как построить кривую практического рассеяния размеров?
4. Как построить кривую нормального распределения?
5. Как проверяется соответствие кривой практического рассеяния размеров и теоретического закона рассеяния?
6. Как определяется вероятный брак?
7. С какой точностью производилось измерение размеров и как оно определялось?

ЛИТЕРАТУРА

1. Бендат Дж., Пирсол А. Измерение и анализ случайных процессов. -М: Мир, 1974. - 203 с.
2. Егоров Н.Е., Дементьев В.И., Дмитриев В.Л. Технология машиностроения. М., 1976 Гл. 4, п. 3., вопросы 1 - 4,6.
3. Жовинский А.Н., Жовинский В.Н. Инженерный экспресс-анализ случайных процессов. - М.: Энергия, 1979. -113с.
4. Ивашев-Мусатов О.С. Теория вероятности и математическая статистика. -М: Наука, 1989. -256 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

П Р И М Е Р

Определить вероятность получения брака на операции шлифования отверстия в детали кольцо по параметру - точность обработки. Отверстие задано с точностью 25 + 0,023.

1. Определение объема выборки

В связи с тем, что шлифование на предварительно настроенных станках является процессом установившимся и влияние систематических погрешностей несущественно, принимаем, что распределение размеров соответствует закону нормального распределения. Поэтому объем выборки принимаем равным 120 шт.

2. Выбор измерительного средства

Определяем пределы изменения показателя точности. В рассматриваемом примере $\omega = D_{max} - D_{min} = 25,033 - 25,00 = 0,033$. Выбираем число групп (интервалов), на которые разбивается поле допуска (размах варьирования), принимаем К = 6 - 11, т.е. $\Delta L = \omega/K$.

3. Производим измерения размеров колец. Данные измерений заносим в таблицу.

Таблица 1

N	Размер	N	Размер	N	Размер	N	Размер	N	Размер
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	25,01	11	25,015	21	25,016	31	25,01	41	25,015
2	25,011	12	25,014	22	25,017	32	25,011	42	25,014
3	25,016	13	25,014	23	25,018	33	25,018	43	25,014
4	25,018	14	25,026	24	25,016	34	25,016	44	25,025
5	25,023	15	25,027	25	25,021	35	25,022	45	25,026
6	25,022	16	25,019	26	25,015	36	25,024	46	25,019
7	25,01	17	25,02	27	25,013	37	25,023	47	25,020
8	25,005	18	25,021	28	25,013	38	25,011	48	25,020
9	25,008	19	25,021	29	25,013	39	25,007	49	25,021
10	25,013	20	25,016	30	25,017	40	25,013	50	25,017
51	25,016	66	25,010	81	25,015	96	25,011	111	25,021
52	25,016	67	25,012	82	25,014	97	25,015	112	25,021
53	25,017	68	25,016	83	25,016	98	25,016	113	25,017
54	25,017	69	25,017	84	25,016	99	25,017	114	25,017
55	25,021	70	25,022	85	25,013	100	25,017	115	25,023
56	25,015	71	25,024	86	25,013	101	25,016	116	25,013
57	25,013	72	25,001	87	25,017	102	25,020	117	25,015
58	25,013	73	25,012	88	25,017	103	25,015	118	25,026
59	25,014	74	25,007	89	25,017	104	25,014	119	25,032
60	25,017	75	25,014	90	25,016	105	25,013	120	25,019
61	25,021	76	25,015	91	25,022	106	25,018		
62	25,020	77	25,014	92	25,010	107	25,017		
63	25,021	78	25,013	93	25,007	108	25,020		
64	25,019	79	25,026	94	25,016	109	25,01		
65	25,0251	80	25,020	95	25,008	110	25,012		

4. Составляем таблицу результатов измерений и некоторых вычислений.

Таблица 2

Интервал		Значения середины интервала x_i	Абсолютная частота повторений значений m_i	Относительная частота значений m_i/n	$[x_i-\bar{x}]^2 \frac{m_i}{n}$
от	до				
25,000	25,003	25,0015	1	0,00833	1,635013 10
25,003	25,006	25,0045	1	0,00888	1,008763 10
25,006	25,009	25,0075	5	0,04166	2,672909 10
25,009	25,012	25,0105	12	0,1	2,510010 10
25,012	25,015	25,0135	31	0,25833	1,043679 10
25,015	25,018	25,0165	33	0,275	0,269528 10
25,018	25,021	25,0195	20	0,16666	2,653390 10
25,021	25,024	25,0225	9	0,075	3,664507 10
25,024	25,027	25,0255	7	0,05833	5,768895 10
25,027	25,030	25,0285	0	0,0	0,0
25,030	25,033	25,0315	1	0,0833	2,129815 10

5. Определяем среднее значение случайной величины (математическ ожидание)

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i \frac{m_i}{n} = 25,0015\ 0,00833 + 25,0045\ 0,00833 + 25,0075\ 0,041$$

$$+ 25,0105\ 0,1 + 25,0135\ 0,25833 + 25,0165\ 0,275 + 25,0195\ 0,1666$$

$$+ 25,0225\ 0,0255\ 0,05823 + 25,\ 0315\ 0,00133 = 25,01551$$

6. Рассчитаем величину среднеквадратичного отклонения

$$\sigma = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2\ m_i/n} = \sqrt{23,35745\ 10^{-6}} = 0,0048 \text{ мм}$$

7. Найдем формулу теоретической кривой закона нормального распред ления

$$y = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\ 0,0048} \exp - \frac{(x - 25,0155)^2}{2\ 0,0048^2},$$

Для получения значений ординат теоретической кривой в таком же масштабе, что и кривая практического рассеяния, необходимо значения ординат умножить на коэффициент

$$K_1 = \Delta L \; n,$$

где ΔL - величина интервала размеров (в данном случае равна 0,0003 мм)

n - количество деталей в партии (n = 120 шт).

8. Определим значения ординат y_1; для значений x_1, приведенных середин интервалов. Результаты расчетов приведены в таблице.

Таблица 3

N	Ординаты	Расчетное значение	Округленное значение
1	25,0015	0,468	0
2	25,0045	2,328	2
3	25,0075	7,56	8
4	25,0105	17,496	17
5	25,0135	26,82	27
6	25,0165	29,076	29
7	25,0195	20,928	21
8	25,0225	10,644	11
9	25,0255	4,452	4
10	25,0285	0,1	0
11	25,0315	0,006	0

9. Строим по расчетным точкам на графике кривую практического рассеяния размеров и кривую нормального распределения (рис. 1).

10. Проверка гипотезы о нормальном распределении по критерию Пирсона. Расчет критерия Пирсона ведем в виде таблицы.

Таблица 4

Интервал от	Интервал до	Частость по кривой практическ. рассеяния m_i	Частость по кривой теоретич. распредел. $\hat{m}_i$	$(m_i - \hat{m}_i)$	$\frac{[m_i - \hat{m}_i]}{m_i}$
25,000	25,003	1	0		
25,003	25,006	1	2	-3	0,90
25,006	25,009	5	8		
25,008	25,012	12	17	-5	1,47
25,012	25,015	31	27	4	0,59
25,015	25,018	33	29	4	0,55
25,018	25,021	20	21	1	0,047
25,021	25,024	9	11	-2	0,363
25,024	25,027	7	4		
25,027	25,030	0	0	4	4
25,030	25,033	1	0		

$\chi_p^2 = 7,92$

Число степеней свободы

$$k = n - p - 1 = 7 - 2 - 1 = 4$$

$$\alpha = 0,05 \qquad \chi_{кр}^2 = 9,5$$

Так как $\chi_p^2 < \chi_{кр}^2$, то отвергать гипотезу о нормальном распределении точности нет оснований.

11. Определим точный процент брака. Для этого рассчитаем середину поля допуска размера 25+0,023

$$L = (25,023 - 25,000)/2 = 25,0115 \text{ мм.}$$

Для случая смещения центра поля рассеяния 25,01151 мм от середины поля допуска 25,0115 мм вероятность получения брака определяется для первого случая.

$$z_в = \frac{25,023 - 25,01151}{0,0048} = 2,39375$$

$\Phi(z_в) = 0,491$

$P(z_в) = (0,5 - 0,491)\ 100\% = 0,9\%$

Определяем $z_н = \dfrac{25,000 - 25,01151}{0,0048} = -3,23$

$\Phi(z_н) = 0,499$

$P(z_н) = (0,5 - 0,499)\ 100\% = 0,1\%$

Общий процент брака

$P = P(z_в) + P(z_н) = 0,9 + 0,1 = 1\%$

Таблица 5

Значения функции $\Phi(z)$

z	Φ(z)	z	Φ(z)	z	Φ(z)
1	2	3	4	5	6
0,00	0,000	0,50	0,433	3,00	0,498
05	019	55	439	05	498
10	039	60	445	10	499
15	059	65	450	15	499
20	079	70	455	20	499
25	098	75	459	25	499
30	117	80	464	30	499
35	136	85	467	35	499
40	155	90	471	40	499
45	173	95	474	45	499
50	191	2,00	477	50	499
55	208	05	479	55	499
60	225	10	482	60	499
65	242	15	484	65	499
70	258	20	486	70	499
75	273	25	487	75	499
80	288	30	489	80	499
85	302	35	490	85	499
90	315	40	491	90	499

Окончание таблицы 5

1	2	3	4	5	6
95	328	45	492	95	499
1,00	341	50	493	4,00	499
05	353	55	494	4,10	499
10	364	60	495	4,20	499
15	374	65	495	4,40	499
20	384	70	496	4,70-	499
25	394	75	497	5,00	499
30	403	80	497		
35	411	85	497		
40	419	90	498		
45	426	95	498		

Таблица 6

Критические точки распределения χ^2 при уровне значимости 0,05

К	χ^2	К	χ^2	К	χ^2
1	3,8	8	15,5	15	25,0
2	6,0	9	16,9	16	26,3
3	7,8	10	18,3	17	27,6
4	9,5	11	19,7	18	28,9
5	11,1	12	21,0	19	30,1
6	12,6	13	22,4	20	31,4
7	14,1	14	23,7	21	

Таблица 7

N	Интервал измерений	Частота повторений размера